

Musterlösungen Lehrbrief 01 – Technik (Mathematische Grundlagen) Seite 1 von 7

Bei diesen, wie auch bei allen folgenden Musterlösungen, zeigen wir in der Regel nur einen Weg zum Ziel. Alle anderen Wege, die letztendlich zum gleichen Ergebnis führen, sind natürlich ebenso richtig. Die Musterlösungen sind also als Lösungsvorschläge zu verstehen.

Aufgabe 1:

$$f - U = t + g$$

$$f - U = t + g$$

$$f - U - g = t + g - g$$

$$f - U - g = t$$

$$f - U + U - g = t + U$$

$$f - g = t + U$$

$$f - g - t = t - t + U$$

$$f - g - t = U$$

$$U = f - g - t$$

Formel umstellen nach U

-g (auf beiden Seiten!)

Zusammenfassen (+g-g = 0, kann also entfallen)

+U (auf beiden Seiten!)

Zusammenfassen (-U+U = 0, kann also entfallen)

-t (auf beiden Seiten!)

Zusammenfassen (t-t = 0, kann also entfallen)

Links und Rechts vertauschen

Aufgabe 2:

$$x = 3c \cdot D$$

$$x = 3c \cdot D$$

$$\frac{x}{3c} = \frac{3c \cdot D}{3c}$$

$$\frac{x}{3c} = 1 \cdot D$$

$$\frac{x}{3c} = D$$

Formel umstellen nach D

durch 3c teilen (auf beiden Seiten!)

Vereinfachen ($\frac{3c}{3c} = 1 !$)

Faktor 1 kann entfallen

Links und Rechts vertauschen

$$D = \frac{x}{3c}$$

Aufgabe 3:

$$\frac{x}{y} = \frac{A}{3}$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} &= \frac{A}{3} \\ 3 \cdot \frac{x}{y} &= 3 \cdot \frac{A}{3} \\ \frac{3 \cdot x}{y} &= A \\ A &= \frac{3 \cdot x}{y}\end{aligned}$$

Formel umstellen nach A

mal 3 (auf beiden Seiten!)

vereinfachen ($\frac{3}{3}=1$, kann entfallen)

Links und Rechts vertauschen

Aufgabe 4:

$$U = R \cdot I$$

$$U = R \cdot I$$

$$\frac{U}{I} = \frac{R \cdot I}{I}$$

$$\frac{U}{I} = R$$

$$R = \frac{U}{I}$$

Formel umstellen nach R

durch I (auf beiden Seiten!)

vereinfachen ($\frac{I}{I}=1$, kann entfallen)

Links und Rechts vertauschen

Aufgabe 5:

$$t - t + 3 = \frac{R}{z}$$

$$t - t + 3 = \frac{R}{z}$$

Formel umstellen nach R

Vereinfachen (t-t = 0!)

$$3 = \frac{R}{z}$$

Mal z (auf beiden Seiten)

$$3 \cdot z = \frac{R \cdot z}{z}$$

Vereinfachen ($\frac{z}{z}=1$!)

$$3 \cdot z = R$$

Links und Rechts vertauschen

$$R = 3 \cdot z$$

Aufgabe 6:

$$3(R+3)=18$$

Wie groß ist R ?

$$3 (R + 3) = 18$$

durch 3 (auf beiden Seiten!)

$$\frac{3 (R + 3)}{3} = \frac{18}{3}$$

Vereinfachen und ausrechnen

$$R + 3 = 6$$

Minus 3 (auf beiden Seiten!)

$$R = 3$$

Aufgabe 7:

$$U=R \cdot I \text{ und } P=U \cdot I$$

Bestimme hieraus eine Formel in der nur die Variablen U, P und R vorkommen.

Für diese Aufgabe gibt es zwei "normale" Lösungsansätze. Zum einen das Einsetzungsverfahren und zum anderen das Gleichsetzungsverfahren.

Einsetzungsverfahren

Beim Einsetzungsverfahren wird eine Formel nach dem fraglichen Term umgeformt und dann in die andere Formel eingesetzt.

$$U = R \cdot I \quad P = U \cdot I$$

Die zweite Formel auf beiden Seiten durch U teilen

Musterlösungen Lehrbrief 01 – Technik (Mathematische Grundlagen) Seite 4 von 7

$$U = R \cdot I \quad \frac{P}{U} = \frac{U \cdot I}{U}$$

Vereinfachen und Links und Rechts vertauschen

$$U = R \cdot I \quad I = \frac{P}{U}$$

Nun in die erste Formel an Stelle des „I“ den rechten Teil der zweiten Formel einsetzen. Das geht deshalb, weil I und P/U ja gleich sind.

$$U = R \cdot \left(\frac{P}{U} \right)$$

Hier ist die Aufgabe formal schon gelöst (neue Formel, in der nur U, P und R vorkommen). Trotzdem führen wir die Umformungen zur Übung noch ein wenig weiter auf eine „übliche“ Darstellung:

$$U = R \cdot \left(\frac{P}{U} \right)$$

Auf der rechten Seite etwas vereinfachen

$$U = \frac{R \cdot P}{U}$$

mit U multiplizieren (auf beiden Seiten!)

$$U \cdot U = R \cdot P$$

zusammenfassen und durch R teilen

$$\frac{U^2}{R} = \frac{R \cdot P}{R}$$

R kürzen und links und rechts vertauschen

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Gleichsetzungsverfahren

Offensichtlich darf I in der Schlussformel nicht mehr vorkommen, also sollten beide Formeln nach I umgestellt werden.

Damit es kein Durcheinander gibt, wird hier zunächst nur die erste Formel und erst in einem zweiten Schritt die zweite Formel umgestellt:

$$U = R \cdot I \quad P = U \cdot I$$

In der ersten Formel müssen beide Seiten durch R geteilt werden

Musterlösungen Lehrbrief 01 – Technik (Mathematische Grundlagen) Seite 5 von 7

$$\frac{U}{R} = \frac{R \cdot I}{R} \quad P = U \cdot I \quad \text{und dann vereinfacht werden.}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad P = U \cdot I \quad \text{Nun wird in der rechten Formel auf beiden Seiten durch U geteilt}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad \frac{P}{U} = \frac{U \cdot I}{U} \quad \text{und dann wieder vereinfacht.}$$

$$I = \frac{U}{R} \quad I = \frac{P}{U}$$

Hier können nun die rechten Seiten der beiden Formel gleichgesetzt werden, denn beides ist ja gleich I:

$$\frac{U}{R} = \frac{P}{U}$$

An dieser Stelle ist die Aufgabe formal auch schon wieder gelöst (neue Formel, in der nur U, P und R vorkommen). Trotzdem führen wir die Umformungen zur Übung noch ein wenig weiter auf eine „übliche“ Darstellung

$$\frac{U}{R} = \frac{P}{U} \quad \text{Auf beiden Seiten mit U multiplizieren,}$$

$$\frac{U \cdot U}{R} = \frac{P \cdot U}{U} \quad \text{dann vereinfachen und}$$

$$\frac{U^2}{R} = P \quad \text{linke und rechte Seite vertauschen}$$

$$P = \frac{U^2}{R}$$

Gerade bei dieser Aufgabe gibt es viele mögliche Lösungswege, die gar nicht alle dargestellt werden können. Es gibt für diesen Zusammenhang von Leistung (P), Spannung (U) und Widerstand (R) insgesamt vier übliche Darstellungsformen, die durch einfache Äquivalenzumformung der letzten Zeile gewonnen werden können:

$$P = \frac{U^2}{R} \quad R = \frac{U^2}{P} \quad U^2 = P \cdot R \quad U = \sqrt{P \cdot R}$$

Obwohl alle vier Formeln unterschiedlich aussehen, beschreiben sie doch alle den gleichen Zusammenhang.

Aufgabe 8:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Die Gleichung ist nach L umzustellen.

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Auf beiden Seiten den Kehrwert bilden (1/x)

$$\frac{1}{f} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

Durch 2 dividieren (Auf beiden Seiten!)

$$\frac{1}{2 \cdot f} = \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

Durch π (Pi) dividieren (Auf beiden Seiten!)

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} = \sqrt{L \cdot C}$$

Auf beiden Seiten quadrieren

$$\left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \right)^2 = \sqrt{L \cdot C}^2$$

Klammer auflösen

$$\frac{1^2}{2^2 \cdot \pi^2 \cdot f^2} = L \cdot C$$

2^2 auflösen

$$\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2} = L \cdot C$$

Durch C dividieren

$$\frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot C} = L$$

Rechts und Links vertauschen

$$L = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot C}$$

Dies war zum Abschluss der Aufgaben nochmal eine sehr ausführliche Formelumstellung. Zum Üben kannst Du die Formel auch zu allen anderen Bestandteilen umstellen!